$= \ln\left[U(x).V(x)\right]$ $\quad U(x).V(x)=1$

D'après 1)a)

$= \ln\left[-x^2+x^2+1\right] = \ln 1 = 0$

$\Rightarrow F(-x) = -F(x)$ $\quad \Rightarrow F$ est impaire.

b) $F'(x) = f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}} > 0$

$\Rightarrow F$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{F(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x\left[1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right]}{x}$$

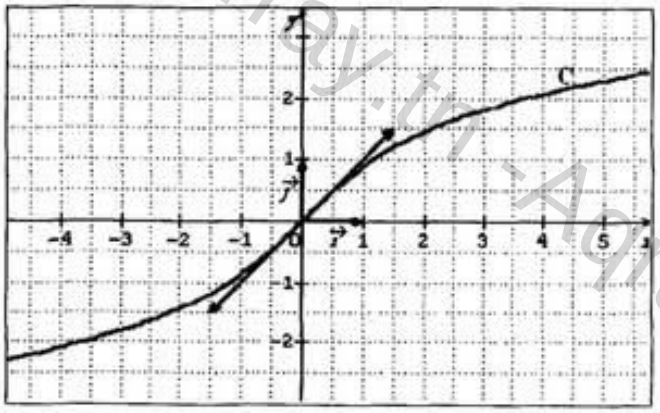
$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x} + \frac{\ln\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)}{x}$$

$= 0+0=0$

$\Rightarrow C$ admet une branche parabolique Infinie de direction $(o,\vec{i})$

F est impaire $\Rightarrow C$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Courbe :



d) $T : y = F'(0)(x-0) + f(0)$

$\boxed{T = y = x}$

Exercice 22

I/ $g(x) = x + (x-2)\ln x$

1) a) g est dérivable sur $]0, +\infty[$ et on a

$g'(x) = 1 + (x-2)'\ln x + \ln x'(x-2)$

$= 1 + \ln x + (x-2)\times\dfrac{1}{x} = \dfrac{x+x-2}{x} + \ln x$

$= \dfrac{2x-2}{x} + \ln x = 2\dfrac{(x-1)}{x} + \ln x.$

Donc : $g'(x) = 2\left(\dfrac{x-1}{x}\right) + \ln x \ ; \ \forall x > 0$

b) */ si $x > 1$ on a $\ln > 0$ et $\dfrac{x-1}{x} > 0$

D'où $2\left(\dfrac{x-1}{x}\right) + \ln x > 0.$

Donc $g'(x) > 0$ si $x > 1$

*/ si $0 < x < 1$ on a $\ln < 0$ et $\dfrac{x-1}{x} < 0$

Donc : $2\left(\dfrac{x-1}{x}\right) + \ln x < 0.$

Par suite : $g'(x) < 0$ si $x \in]0,1[$.

2) a)

X	0		1		$+\infty$
g '(x)	‖	−	0	+	
g(x)	‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x + \underbrace{(x-2)}_{-2}\underbrace{\ln x}_{-\infty} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x + (x-2)\ln x = +\infty$

b) g admet un minimum absolu en 1 atteint 1.

Donc $\forall x > 0 : g(x) \geq 1$.

II/ $f(x) = 1 + x\ln x - (\ln x)^2$

1) a) f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

Et on a : $f'(x) = \ln x + x.\dfrac{1}{x} - 2.\dfrac{1}{x}\ln x$

$= \ln x + 1 - 2\dfrac{\ln x}{x}$

Qarray.tn-Agra Blech-Qarray.tn